**Epreuve de révision 1**

**Exercice 1.** 15 min

Cet exercice est un QCM qui comporte quatre questions. Une seule des réponses a, b et c est exacte, choisir la bonne pour chaque question.

1. La perspective cavalière exige que soit multipliée par un coefficient la longueur de toute arête de support perpendiculaire au :

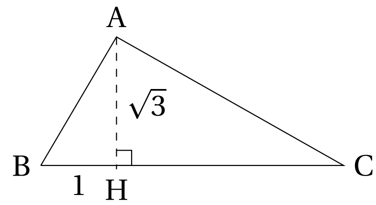
   a. plan de face ; b. plan de profil ; c. plan horizontal.

2. La largeur d'un parallélogramme de longueur 6 cm représentant la perspective cavalière d'un carré de côté 6 cm avec le code $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 60°\right)$ est :

   a. $2\sqrt{3}$ cm ; b. 3 cm ; c. $3\sqrt{3}$ cm.

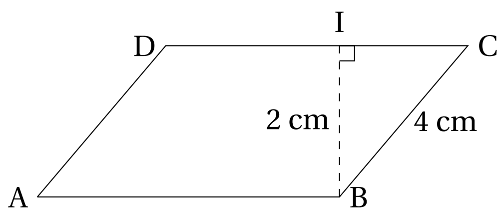
3. Le segment [BC] étant vu de face, le triangle ci-contre représente la perspective cavalière du triangle ABC rectangle en B.
   L'inclinaison sur les fuyantes vaut :

   a. 60° ; b. 45° ; c. 30°.




4. Ci-contre est représenté la face supérieur de la perspective cavalière d'un cube d'arête 8 cm.
   Le code de cette perspective est :

   a. $\left(\frac{1}{2}, 45°\right)$ ; b. $\left(\frac{1}{2}, 30°\right)$ ; c. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 30°\right)$.

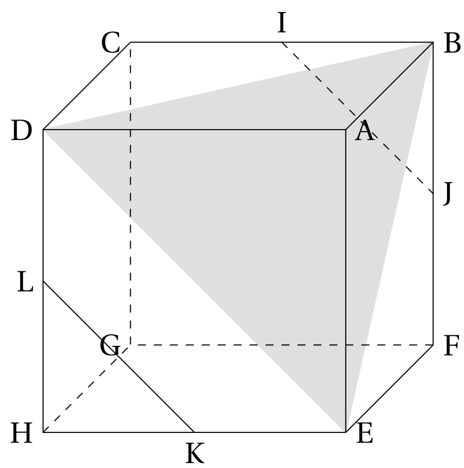



**Exercice 2.** 30 min

Soient ABCDEFHG un cube, I, J, K et L les milieux respectifs [BC], [BF], [HE] et [HD].

**Partie 1**

1. a. Justifier que DEFC est un parallélogramme.
   b. Démontrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (DEB).
2. Démontrer que les points I, J, K et L sont coplanaires.
3. Démontrer que les plans (DAF) et (DEB) sont sécants suivant une droite à préciser.




**Partie 2**

On admet que les plans (IJK) et (DEB) sont parallèles.

1. Quelle est la position relative des droite (IJ) et (DAF) ?
2. Justifier que les plans (IJK) et (DEF) sont sécants.
3. On note $(\Delta) = (IJK) \cap (DEF)$.
   Donner une construction de $(\Delta)$.
   Justifier votre construction.

## Epreuve de révision 2

**Exercice 1.** 15 min

*Cet exercice, comportant trois questions, exige votre attention. A chaque consigne une solution erronée inachevée est proposée, identifier les fragments erronés et corriger-les.*

1. Effectuons l'opération suivante.

☞ $\frac{\frac{2}{5}+\frac{3}{2}}{\frac{2}{5}-\frac{3}{2}} \times \frac{\frac{4}{3}-1}{\frac{4}{3}+1}$

$$\frac{\frac{2}{5}+\frac{3}{2}}{\frac{2}{5}-\frac{3}{2}} \times \frac{\frac{4}{3}-1}{\frac{4}{3}+1} = \frac{\frac{4+15}{10}}{\frac{2-3}{10}} \times \frac{\frac{4-3}{3}}{\frac{4+3}{3}} = \frac{\frac{19}{10}}{\frac{-1}{10}} \times \frac{\frac{1}{3}}{\frac{7}{3}} = \frac{19\times(-1)}{10\times 10} \times \frac{1\times 3}{7\times 3}$$

2. Ecrivons le nombre suivant à l'aide de puissance entières de nombres premiers.

☞ $\frac{(0{,}008)^2\times 25600}{(14{,}4)^{-1}\times 2{,}16}$

$$\frac{(0{,}008)^2\times 25600}{(14{,}4)^{-1}\times 2{,}16} = \frac{(8\times 10^{-3})^2\times 256\times 10^2}{(144\times 10^{-1})^{-1}\times 216\times 10^{-2}} = \frac{2^6\times 10^{-1}\times 2^8\times 10^4}{2^{-4}\times 3^{-2}\times 10^1\times 2^3\times 3^3}$$

3. Ecrivons plus simplement le nombre suivant.

☞ $\sqrt{\frac{2^{16}\times 3^{-9}}{2\times 5^2-7^2}}$

$$\sqrt{\frac{2^{16}\times 3^{-9}}{2\times 5^2-7^2}} = \frac{\sqrt{2^{16}}\times\sqrt{3^{-9}}}{\sqrt{2\times 5^2}-\sqrt{7^2}} = \frac{2^8\times 3^{-4}\sqrt{3}}{5\sqrt{2}-7}$$

**Exercice 2.** 45 min

Soit $x$ et $y$ deux nombres réels strictement positifs.

1. Démontrer que :
   a. $\sqrt{x+y} < \sqrt{x}+\sqrt{y}$ ;
   b. $\frac{1}{x+y} < \frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ ;
   c. si $x<y$, alors $\frac{y}{x+y} < \frac{x+y}{2y} < \frac{x}{y}$ ;
   d. si $x<y$, alors $\sqrt{x+\sqrt{x^2-y^2}}+\sqrt{x-\sqrt{x^2-y^2}} = \sqrt{2(x+y)}$.
2. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, chacune des équations et inéquations suivantes : $|2x+3|-11=0$, $|2x-5|+1=0$, $|2x+1|=|3x-2|$, $|7x+3|\leq 13$, $|3x-2|\geq 18$, $\mathrm{E}(-2x+3)=5$, $\mathrm{E}(3x+1)=x+2$ et $d(-1,3x)\leq 2$.

**Exercice 3.** 45 min

On considère les fonctions suivantes :

$$f:\mathbb{R}_+\longrightarrow\mathbb{R},\ x\longmapsto x^4-3 \qquad g:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R},\ x\longmapsto\frac{2x^3-2x+1}{x^2-4} \qquad h:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R},\ x\longmapsto\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x^2-1}$$

$$i:\mathbb{R}-\{-1\}\longrightarrow\mathbb{R},\ x\longmapsto\frac{x}{x^2+x} \qquad j:]-\infty,15]\longrightarrow\mathbb{R},\ x\longmapsto\sqrt{|x-1|-5} \qquad k:[-1,+\infty[\longrightarrow[-2,+\infty[,\ x\longmapsto(x+1)^2-2.$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions.
2. Déterminer le(s) antécédent(s) de 13 par $f$.
3. Déterminer le plus grand ensemble sur lequel les fonctions $h$ et $i$ coïncident.
4. Déterminer l'image directe de $[0,2]$ par $k$ puis l'image réciproque de $[-1,2]$ par $k$ en résolvant l'inéquation $-1\leq k(x)\leq 2$.

**Epreuve de révision 3**

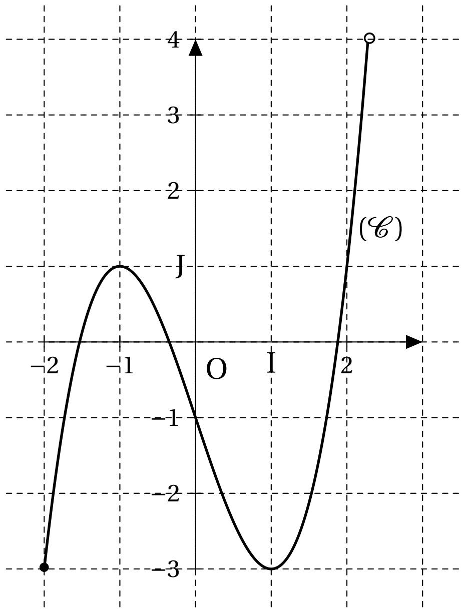
**Exercice 1.** 30 min

1. Soit $x$ un nombre réel. Représenter et exprimer à l'aide de valeur absolue les propositions suivantes : $x \in [-2,4]$ et $x \in ]-\infty,-3[\cup]5,+\infty[$.
2. Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ et $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$, donner un encadrement de $\frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{5}}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.
   En déduire la partie entière de $\frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{5}}$ et écrire sans le symbole de valeur absolue $\left|\frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{5}}\right|$.
3. Soit $a$ un nombre réel vérifiant $|a| \leq \frac{1}{2}$. Démontrer que $\frac{1}{2} \leq 1-a$ et en déduire que $1+a$ est une valeur approchée de $\frac{1}{1-a}$ à $2a^2$ près.

**Exercice 2.** 20 min

Ci-dessous est représenté la courbe représentative $(\mathscr{C})$ d'une fonction numérique d'une variable réelle $f$ dans le repère orthonormé $(\mathrm{O},\mathrm{I},\mathrm{J})$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de $f$.
2. Parmi les points $A(-1,1)$, $B(0,1)$, $C(2,2)$, $D(2,27;4)$ et $E(1,-3)$, lesquels appartiennent à la courbe $(\mathscr{C})$ ?
3. Déterminer l'image directe des intervalles $[-2,1]$ et $[0,1]$ par $f$.
4. Déterminer l'ensemble des antécédents de $-3$, $0$ et $4$ par $f$ puis l'image réciproque des intervalles $[-3,1]$ et $]1,4[$ par $f$.
5. Déterminer les maximum et minimum de $f$ sur l'intervalle $[-2,2]$.
6. Dresser le tableau de variations de $f$.




**Exercice 3.** 30 min

On considère l'ensemble $A = \left\{\frac{n^2-2}{n^2+1} \middle| n \in \mathbb{N}\right\}$.

1. Donner cinq éléments de A.
2. Démontrer que 3 n'est pas le maximum A.
3. a. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $\frac{n^2-2}{n^2+1} = 1 - \frac{3}{n^2+1}$.
   b. Justifier 1 est le maximum de A.
   c. Démontrer que A est admet de minimum et préciser-le.
4. Démontrer que pour tout entier naturel supérieur ou égal à 2, la partie entière de $\frac{n^2-2}{n^2+1}$ est 0. En déduire tous les éléments de A de partie entière non nulle.

## Epreuve de révision 4

**Exercice 1.** 25 min

Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes. Corriger l'affirmation lorsqu'elle est fausse.

1. Le centre de l'intervalle $[-4,2]$ est 3 et son rayon est 6.
2. Les éléments de l'intervalle $]-3,5[$ sont les solutions de l'inéquation $|x-1| \leq 8$.
3. Les solutions de l'équation $(x-2)^2 = 1$ sont 0 et 1.
4. Les solutions de l'équation $|x| - 1 + \sqrt{2} = 0$ sont $1 - \sqrt{2}$ et $-1 + \sqrt{2}$.
5. Si $x$ est un nombre réel dont la partie entière vaut 3, alors $x \in [3,4[$.
6. La distance d'un nombre réel $x$ à sa partie entière $\mathrm{E}(x)$ est un élément de l'intervalle $[0,1[$ c'est-à-dire qu'on a toujours $0 \leq |x - \mathrm{E}(x)| < 1$.
7. Le nombre $\frac{1351}{780}$ est une valeur approchée de $\sqrt{3}$ à $3 \times 10^{-5}$.
8. Deux nombres négatifs sont rangés dans le même ordre que leur inverse.

**Exercice 2.** 1h

On considère les fonctions numériques d'une variable réelle définie par :

- $f(x) = x^2 + 2x + 3$ ;
- $g(x) = -2|x-2| + 1$ ;
- $h(x) = \sqrt{2x-3} - 1$ ;
- $i(x) = \frac{x+1}{2x-4}$.

1. Démontrer que les fonctions $f$, $g$ et $h$ admettent un minimum ou un maximum sur leur ensemble de définition.
   *On pourra remarquer que : pour tout réel x, on a :* $f(x) = (x+1)^2 + 2$.
2. Etudier les variations de la fonction :
   - $f$ sur les intervalles $]-\infty, -1]$ et $]-1, +\infty[$ ;
   - $g$ sur les intervalles $]-\infty, 2]$ et $]2, +\infty[$ ;
   - $h$ sur l'intervalle $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right[$ ;
   - $i$ sur les intervalles $]-\infty, 2[$ et $]2, +\infty[$.
3. Sans calculer, donner un encadrement de $i(x)$ pour $x \in ]3,7[$.
4. Sans calculer, comparer $f\left(\frac{5}{7}\right)$ et $f(0)$.

**Exercice 3.** 45 min

Soit $f$ la fonction définie sur $[-1, +\infty[$ par : $f(x) = x^3 - 3x + 2$.

1. a. Calculer $f(u) - f(v)$ pour tous $u$ et $v$ éléments de $[-1, +\infty[$.
   b. En déduire les variations de $f$ sur chacun des intervalles $[-1,1]$ et $]1, +\infty[$.
   c. Dresser le tableau de variations de $f$ sur $[-1, +\infty[$.
2. Sur l'intervalle $[-1, +\infty[$, $f$ admet-elle de maximum ? de minimum ? Préciser le(s).
3. Compléter le tableau suivant.

| $x$ | $-1$ | $-0,7$ | $-0,4$ | $-0,1$ | $0,2$ | $0,5$ | $0,8$ | $1,1$ | $1,4$ | $1,7$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | | | | | | |

4. Le plan étant muni d'un repère orthonormé, en déduire un tracé point par point de la représentation graphique de $f$ sur l'intervalle $[-1,2]$.

## Epreuve de révision 5

**Exercice 1.** 20 min

Soit $f : ]-\infty, 1] \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction définie par : $f(x) = -2x^2 + 4x - 5$.

*Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes. Reformuler l'affirmation lorsqu'elle est fausse ou donner un exemple le cas échéant pour justifier.*

1. La fonction $f$ admet un maximum en $-3$ égale à 1 sur l'intervalle $]-\infty, 1]$.
2. L'équation $f(x) = 1$ n'admet pas de solution.
3. La fonction $f$ est une application bijective.
4. La fonction $f$ est strictement décroissante.
5. L'image directe de l'intervalle $[-3, 1]$ par $f$ est l'intervalle $[-35, -3]$.

**Exercice 2.** 45 min

On considère la fonction $f$ de $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ telle que : $f(x) = -4x^2 + 4x - 8$.

1. Démontrer que $f$ est une application injective.
2. a. Ecrire $f(x)$ sous la forme canonique.

   b. Démontrer que $f$ admet de majorant mais pas de maximum sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$.
3. a. Résoudre l'équation $f(x) = 13$. Que peut-en déduire de $f$ ?

   b. Démontrer que l'application

$$\begin{aligned} g : \left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[ &\longrightarrow ]-\infty, 9[ \\ x &\longmapsto g(x) = f(x) \end{aligned}$$

   est bijective et déterminer sa bijection réciproque.
4. Etudier le sens de variation de $f$.
5. En déduire l'image directe de l'intervalle $[0, 3]$ par $f$.

**Exercice 3.** 45 min

On considère la fonction $h$ définie par : $h(x) = \frac{3x-2}{x+3}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition $h$.
2. Etudier le sens de variation de $h$ sur chacun des intervalles $]-\infty, -3[$ et $]-3, +\infty[$. Dresser le tableau de variation de $h$.
3. Justifier que pour tous $x$ élément de $\mathbb{R} - \{-3\}$, on a : $h(x) = 3 - \frac{11}{x+3}$.
4. a. Déterminer l'image directe de chacun des intervalles $]-1, 0[$ et $[2, 8]$.

   b. Déterminer l'image réciproque de chacun des intervalles $[-2, 1[$ et $[-9, -7]$.

## Epreuve de révision 6

**Exercice 1.** 25 min

On relève la taille, en cm, de quarante élèves d'une classe de seconde et on obtient les données suivantes.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 174 | 182 | 173 | 181 | 182 | 176 | 181 | 177 | 180 | 172 |
| 179 | 176 | 176 | 176 | 174 | 183 | 178 | 179 | 183 | 176 |
| 183 | 183 | 174 | 175 | 182 | 179 | 180 | 177 | 176 | 180 |
| 177 | 179 | 176 | 176 | 174 | 184 | 180 | 181 | 174 | 172 |

*Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes. Reformuler l'affirmation lorsqu'elle est fausse et dans le cas contraire, donner un exemple à partir de l'étude statistique ci-dessus.*

1. Lors d'une étude statistique, le caractère étudié est la caractéristique observée chez une population.
2. Les valeurs possibles du caractère étudié sont appelées modalités.
3. Les différents types de caractères étudiés sont quantitatif et qualitatif.
4. Un caractère qualitatif peut être soit discret soit continu.
5. Lorsque les modalités sont des nombres le caractère étudié est quantitatif.
6. Le mode d'une série statistique est la modalité ayant le plus petit effectif.
7. La médiane d'une série statistique à caractère qualitatif est tout nombre réel qui divise la série en deux sous-groupes de même effectif.
8. Les quartiles d'une série statistique quantitatif discret sont trois nombres réels qui divise la série en quatre sous-groupes de même effectifs.

**Exercice 2.** 20 min

1. Ecrire sans le symbole de valeurs absolues la fonction $f$ définie par :

$$f(x) = |2-x| - |3x+3| + |4+2x|.$$

2. Dans le plan muni du repère $(\mathrm{O}, \mathrm{I}, \mathrm{J})$, construire la courbe représentative de $f$ ainsi celle de la fonction $g : x \longmapsto 5x-4$.
3. En déduire graphiquement, les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

**Exercice 3.** 45 min

On considère les fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}_+^* &\longrightarrow ]-\infty, 1[ \\ x &\longmapsto 1-x^2 \end{aligned} \quad \text{et} \quad \begin{aligned} g : \mathbb{R} - \{1\} &\longrightarrow \mathrm{B} \\ x &\longmapsto \frac{x}{x-1}, \end{aligned}$$

où B est un sous-ensemble de $\mathbb{R}$.

1. Justifier que $f$ et $g$ sont des applications.
2. a. Calculer $f(u) - f(v)$ pour tous $u$ et $v$ éléments de $\mathbb{R}_+^*$.
   b. Justifier que $f$ est injective.
   c. Déterminer le sens de variation de $f$.
3. Démontrer que $f$ est bijective et préciser sa bijection réciproque.
4. En déduire les solutions de chacune des équations suivantes : $f(x) = 1$ et $f(x) = -1$.
5. Démontrer que $g$ est injective et déterminer B pour que $g$ soit surjective.

## Epreuve de révision 7

**Exercice 1.** 45 min

A la fin du premier trimestre, on s'intéresse à la moyenne trimestrielle des cinquante-cinq élèves d'une classe de seconde D. Les données sont résumées dans le tableau ci-dessous.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 10 | 8 | 15 | 9 | 17 | 14 | 14 | 10 | 13 | 12 |
| 17 | 14 | 11 | 16 | 17 | 9 | 10 | 16 | 9 | 15 | 17 |
| 10 | 10 | 14 | 16 | 15 | 11 | 15 | 8 | 13 | 9 | 15 |
| 11 | 17 | 14 | 14 | 17 | 17 | 15 | 13 | 13 | 17 | 10 |
| 9 | 12 | 15 | 14 | 10 | 14 | 17 | 12 | 15 | 11 | 15 |

1. a. Dresser le tableau statistique des effectifs cumulés croissantes et décroissantes de cette série.

   b. Préciser le mode et la médiane cette série statistique.

   c. Combien d'élèves n'ont pas la moyenne ?

   d. Combien d'élèves ont une moyenne comprise entre 12 et 17 ?

2. Construire le polygone des effectifs cumulés croissants et décroissants. Vérifier graphiquement, la médiane trouvé précédemment.

3. Calculer la moyenne, l'écart-type et l'écart moyen de cette série.

**Exercice 2.** 30 min

Soit P le polynôme définie par :

$$P(x) = x^4 - (6+\sqrt{7})x^3 + (6\sqrt{7}-15)x^2 + (15\sqrt{7}-8)x + 8\sqrt{7}.$$

1. a. Vérifier que $P(\sqrt{7}) = 0$. Que peux-t-on conclure ?

   b. Déterminer un polynôme Q tel que, pour tout nombre réel $x$, on ait : $P(x) = (x-\sqrt{7})Q(x)$.
   *On précisera le degré de Q et on utiliseras la méthode des coefficients indéterminés.*

2. a. Justifier que $-1$ est une racine de $Q(x)$.

   b. Trouver un polynôme R du second degré tel que : $Q(x) = (x+1)R(x)$.
   *On utilisera la méthode de la division euclidienne.*

   c. Factoriser le polynôme R puis écrire $P(x)$ sous la forme de produits facteurs premiers.

**Exercice 3.** 20 min

Une société spécialisée dans la conception et la vente de bijoux est entrain de concevoir des boucles d'oreilles en forme d'une pyramide ABCD de hauteur 2,5 cm et de base le triangle BCD rectangle en C tel que $BC = x - 1$ et $CD = 3 - x$ où $x$ est un nombre réel. Elle cherche à connaître la valeur $x$ pour laquelle le volume $\mathcal{V}(x)$ est maximal.
On considère la fonction $f$ de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \mathcal{V}(x)$.

1. Déterminer l'ensemble de définition et l'expression de $f$.

2. Répondre à la préoccupation de la société.

## Epreuve de révision 8

**Exercice 1.** 15 min

*Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes. Reformuler l'affirmation lorsqu'elle est fausse.*

1. Les nombres réels $-2$, $0$ et $4$ sont des zéros du polynôme $\mathrm{P}(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 7$.
2. Le polynôme $\mathrm{P}(x) = 3x^2 + 5x - 6$ est factorisable.
3. Le polynôme $\mathrm{P}(x) = 3x^3 + 6x^2 - 7x - 2$ est factorisable par $x+1$ et par $x-1$.
4. Le degré du polynôme $\mathrm{P}(x) = (x^2 + 3x + 1)(-7x^3 - 2x + 10)$ est de degré $2 \times 3 = 6$.

**Exercice 2.** 45 min

Une étude statistique portant sur l'ancienneté des employés d'une société a permis d'obtenir le tableau suivant partiellement effacé par mégarde.

| Ancienneté (ans) | [0,3[ | [3, 5[ | [5, 8[ | [8, 10[ | [10,15[ | [15, 19[ | [19, 22[ | [22, 25[ | Totaux |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectifs | | | 10 | 5 | 7 | | | | 60 |
| Fréquences (%) | | 10 | | | | | 10 | | 100 |
| Fréquences cumulés décroissantes (%) | 100 | | | | | 45 | | 20 | |

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessus.
2. Construire la courbe des fréquences cumulées décroissantes de cette série statistique. En déduire la médiane de cette série statistique.
3. Construire l'histogramme des effectifs de cette série statistique.
4. Déterminer l'écart-type de cette série statistique.

**Exercice 3.** 45 min

On considère la fonction numérique d'une variable réelle $f$ définie par : $f(x) = \sqrt{x+1} + 2$.

1. Démontrer que 2 est le minimum de $f$ sur son ensemble de définition.
2. Etudier le sens de variation de $f$ sur son ensemble de définition.
3. Compléter le tableau ci-dessous.

| $x$ | $-1$ | $-0,6$ | $-0,2$ | $0,2$ | $0,6$ | $1$ | $1,4$ | $1,8$ | $2,2$ | $2,6$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | | | | | | |

4. Le plan étant muni d'un repère orthonormé, en déduire un tracé point par point de la représentation graphique de $f$ sur l'intervalle $[-1, 3]$.
5. Représenter la courbe de la fonction $g : x \longmapsto x - 1$ dans le même repère.
6. En déduire la résolution graphique de l'équation $\sqrt{x+1} + 2 = x - 1$ dans l'intervalle $[-1, 3]$.

## Epreuve de révision 9

**Exercice 1.** 15 min

On s'est intéressé, sur le parking d'un restaurant luxueux, à la marque de l'automobile de trente clients et on a relevé :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Ferrari | Lamborghini | Porsche | Toyota | Ferrari | Honda |
| Toyota | Ferrari | Chrusler | Ferrari | Nissan | Ferrari |
| Toyota | Honda | Nissan | Ferrari | BMW | BMW |
| BMW | Lamborghini | Honda | Honda | Chrusler | BMW |
| Chrusler | Toyota | Lamborghini | BMW | Lamborghini | Lamborghini |

*Corriger chacune des affirmations fausses suivantes.*

1. Le caractère étudié étant la marque de l'automobile de trente clients sur le parking d'un restaurant luxueux, c'est un caractère quantitatif continu.
2. Puisque les modalités de cette série statistique peut être rangé par ordre croissant, on peut donner le tableau statistique avec les fréquences cumulées.
3. Pour étude graphique de ce caractère, on peut représenter cette série statistique à l'aide d'un diagramme à bandes, ou d'un diagramme circulaire, ou d'un histogramme de fréquences, ou encore d'une courbe de fréquences cumulées.
4. La voiture Nissan est le mode de cette série statistique.
5. La médiane de cette série statistique est Lamborghini.

**Exercice 2.** 45 min

Soient R et S deux polynômes définis par :

— $R(x) = (4x+1)^3 - 2197$ ;

— $S(x) = x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$.

1. a. Décomposer le nombre 2197 puis factoriser R.

   b. Étudier le signe de R.

2. a. Justifier que 1 est une solution de l'équation $S(x) = 0$. Déterminer le quotient de $S(x)$ par $x - 1$ en faisant la division euclidienne.

   b. Justifier que si $\alpha$ est une racine de R, alors $\alpha$ est une racine de S.
   En déduire un zéro de S distinct de 1. On le note $\alpha$ pour la suite.

   c. Déterminer un polynôme T pour que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on ait : $S(x) = (x-1)(x-\alpha)T(x)$.
   *On précisera le degré de* T.

   d. Factoriser S et étudier le signe de S.

3. Soit F une fonction définie par : $F(x) = \frac{R(x)}{S(x)}$.

   a. Comment appelle-t-on F ? Déterminer l'ensemble de définition de F.

   b. Simplifier F sur son ensemble de définition.

   c. Étudier le signe F.

   d. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $F(x) \geq 0$.

## Epreuve de révision 10

**Exercice 1.** 25min

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

1. $(\mathrm{E}_1) : \frac{4x-12}{x-6} = \frac{2x+1}{-x+3}$ ;
2. $(\mathrm{E}_2) : |4-x| = -3x$ ;
3. $(\mathrm{E}_3) : \frac{x^4-4x^3-3x+12}{4x-12} \leq 1$ ;
4. $(\mathrm{E}_4) : \frac{(2+x)^2+(2-x)^2}{(2+x)^2-(2-x)^2} < -\frac{3}{5}$.

**Exercice 2.** 1h

On considère le polynôme P définie par : $\mathrm{P}(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 9$.

1. a. Justifier que $\mathrm{P}(x)$ est factorisable par $x+3$.
   b. Déterminer le quotient de $\mathrm{P}(x)$ par $x+3$.
   c. Factoriser $\mathrm{P}(x)$.
   d. Etudier le signe $\mathrm{P}(x)$.
2. En déduire l'ensemble des fonctions $f$ et $g$ définies par :

$$f(x) = \sqrt{2x^3+3x^2-12x-9} \text{ et } g(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{2x^3+3x^2-12x-9}}.$$

3. Soit $f$ la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2+6x+9}{2x^3+3x^2-12x-9}$.
   a. Déterminer l'ensemble de définition $\mathrm{D}_f$ de $f$.
   b. Simplifier $f(x)$ sur $\mathrm{D}_f$.

**Exercice 3.** 45min

On considère les fonctions suivantes :

$$\begin{array}{rcl} f : ]1,+\infty[ & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2+5x-1 \end{array}, \quad \begin{array}{rcl} g : \mathrm{A} & \longrightarrow & [0,+\infty[ \\ x & \longmapsto & \sqrt{10-2x} \end{array}, \quad \begin{array}{rcl} h : \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{3x-7}{4x-2} \end{array},$$

où A est une partie de $\mathbb{R}$.

1. Démontrer que $f$ admet un minimum sur $\mathbb{R}$.
2. a. Déterminer A pour que $g$ soit une application.
   b. Démontrer que $g$ est une bijection.
3. a. Etudier le sens de variation de $h$ sur chacun des intervalles $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right[$ et $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$.
   b. Sans calculer, comparer $h(x)$ et $h(3)$ pour $x > 3$.
   c. En déduire l'image directe de $]3, +\infty[$.

## Epreuve de révision 11

**Exercice 1.** 30min

Le plan est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
On considère les droites $(\mathscr{D})$ et $(\mathscr{D}')$ définies par :

$$(\mathscr{D}) : -x+2y+3=0 \text{ et } (\mathscr{D}') : \begin{cases} x = -3+4t \\ y = -2-2t, t \in \mathbb{R} \end{cases}.$$

1. Les points $A(4,1)$, $B(5,1)$ et $C(-1,-1)$ appartiennent-ils à la droite $(\mathscr{D})$ ? à la droite $(\mathscr{D}')$ ?
2. Déterminer une représentative paramétrique de la droite $(\mathscr{D})$ ?
3. Démontrer que les $(\mathscr{D})$ et $(\mathscr{D}')$ sont sécantes en un point K dont on précisera les coordonnées ?
4. Déterminer les distances $d(A,(\mathscr{D}))$, $d(C,(\mathscr{D}))$ et $d(A,(\mathscr{D}'))$.

**Exercice 2.** 20min

Le plan est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
Soit $s$ la symétrie orthogonale d'axe $(\mathscr{D})$, la droite d'équation $3x-5y-3=0$. Soit $M(x,y)$ un point du plan d'image $M'(x',y')$ par $s$. On désigne par I le milieu du segment $[MM']$.

1. Justifier que $\begin{cases} (MM') \perp (\mathscr{D}) \\ I \in (\mathscr{D}) \end{cases}$.
2. Exprimer alors les coordonnées du point $M'$ en fonction des coordonnées du point M.

**Exercice 3.** 1h

A, B et C sont trois points non alignés du plan.
Soit D le symétrique de B par rapport au milieu O du segment [AC] et M le point du plan tel que : $3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

1. Justifier que $(A;\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD})$ est un repère.
   *On utilisera, pour la suite, le repère* $(A;\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD})$.
2. Démontrer que $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ et placer le point M.
   Déterminer les coordonnées des points C et M.
3. La parallèle à la droite (AB) passant par M coupe la droite (AD) en I et la droite (BC) en J.
   a. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{BJ}$ sont égaux. En déduire qu'il existe un nombre réel $\alpha$ tel que : $\overrightarrow{AI}=\alpha\overrightarrow{BC}$.
   b. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MI}$ et $\overrightarrow{MJ}$ en fonction de $\alpha$.
   c. Calculer, dans la base $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD})$, $\det(\overrightarrow{MI},\overrightarrow{MJ})$ en fonction de $\alpha$ puis en déduire la valeur de $\alpha$.
   d. Déterminer le nombre réel $k$ tel que : $\overrightarrow{MI}=k\overrightarrow{MJ}$.
4. La parallèle à la droite (AD) passant par M coupe (AB) en K et (DC) en L. Déterminer le nombre réel $k'$ tel que : $\overrightarrow{MK}=k'\overrightarrow{ML}$.
5. Justifier que les droites (IK) et (JL) sont parallèles.

## Epreuve de révision 12

**Exercice 1.** 20min

ABCD est un carré de centre O.

1. Construire l'image de chacun des points A, B, C, D et O par la transformation $s_{(\mathrm{OA})} \circ s_{(\mathrm{BC})}$.
2. Déterminer les droites $(\Delta)$ et $(\Delta')$ telles que : $t_{\overrightarrow{\mathrm{AC}}} = s_{\Delta} \circ s_{(\mathrm{BD})} = s_{(\mathrm{BD})} \circ s_{\Delta'}$.

**Exercice 2.** 1h

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j})$.
Soit $(\mathscr{D}_1)$ la droite passant par le point $\mathrm{A}(-1,1)$ et dirigée par le vecteur $\vec{u}(2,-1)$, et $(\mathscr{D}_2)$ la droite représentée par :

$$\begin{cases} x = m + (m+3)t \\ y = -1 - 2t, t \in \mathbb{R} \end{cases},$$

où $m$ désigne un nombre réel donné.

1. a. Déterminer $m$ pour que les droites $(\mathscr{D}_1)$ et $(\mathscr{D}_2)$ soient parallèles.
   b. En réalité la droite $(\mathscr{D}_2)$ passe par le point $\mathrm{B}(2,3)$.
   Quelle est alors la valeur de $m$ ?
2. On suppose que $m = -8$ pour la suite.
   a. Déterminer une équation cartésienne de la droite $(\mathscr{D}_1)$ et une représentation paramétrique de la droite $(\mathscr{D}_3)$, perpendiculaire à la droite $(\mathscr{D}_1)$ passant par le point $\mathrm{C}(2,2)$.
   b. Déterminer les coordonnées du point H d'intersection des droites $(\mathscr{D}_1)$ et $(\mathscr{D}_3)$.
   c. Déterminer la distance du point $\mathrm{D}(-2,3)$ à la droite $(\mathscr{D}_2)$.
3. On considère l'ensemble $(\Delta)$ des points M du plan tels que : $\mathrm{MA}^2 + \mathrm{MB}^2 + \mathrm{MC}^2 = 12$.
   On désigne par G le centre de gravité du triangle ABC.
   a. Calculer $\mathrm{GA}^2$, $\mathrm{GB}^2$ et $\mathrm{GC}^2$.
   b. Déterminer l'ensemble $(\Delta)$ et construire $(\Delta)$.
   *(On pourra utiliser :* $\mathrm{MA}^2 = \overrightarrow{\mathrm{MA}}^2$ *et* $\overrightarrow{\mathrm{MA}} = \overrightarrow{\mathrm{MG}} + \overrightarrow{\mathrm{GA}}$.*)*
4. Déterminer l'ensemble des points d'intersection de la droite $(\mathscr{D}_3)$ avec l'ensemble $(\Delta)$.

**Exercice 3.** 30 min

On considère un triangle ABC et on désigne par D l'image du point B par l'homothétie $h$ de centre A et de rapport $\frac{3}{2}$ et E l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$.

1. Quelle est la nature du quadrilatère AEDC ? Justifier votre réponse.
2. Le plan est muni du repère $(\mathrm{A}, \overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}})$.
   a. Déterminer les coordonnées de chacun des points A, B, C, D et E.
   b. Soit $\mathrm{M}(x, y)$ et $\mathrm{M}'(x', y')$ deux points du plan tel que $\mathrm{M}' = h(\mathrm{M})$.
   Déterminer $x'$ et $y'$ en fonction de $x$ et $y$.
   c. L'homothétie $h$ transforme un point P en le point $\mathrm{P}'(-1,4)$.
   Quelles sont les coordonnées de P ?

**Epreuve de révision 13**

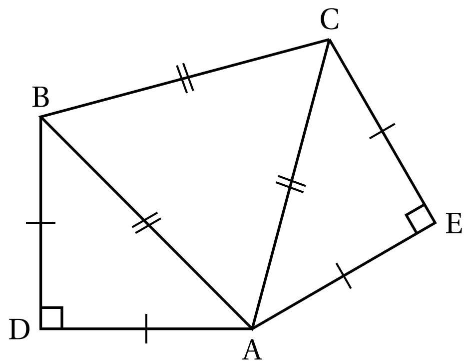
**Exercice 1.** 15 min

Répondre par vrai ou faux à chacune des affirmations suivantes et corriger celle qui sont faux.

1. Une homothétie admet un unique point invariant.
2. Une translation de vecteur transforme trois points alignés en trois points non alignés.
3. Une symétrie orthogonale transforme un carré en un carré de même aire.
4. Une symétrie centrale laisse invariant une seule droite.
5. La composée de deux translations de vecteurs est une homothétie.
6. La composée de deux homothéties de même centre est une homothétie.
7. La composée de deux symétries orthogonales est une translation.
8. La composée de deux symétries centrales est une symétrie centrale.

**Exercice 2.** 1h

On considère la figure ci-contre.
Le plan est muni du repère orthonormé direct $(D, A, B)$.




1. Donner les mesures principales en radian des angles orientés : $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$, $(\widehat{\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}})$.
2. On suppose que $\text{Mes}(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}}) = \frac{\pi}{3}$.
   Déterminer la mesure principale de chacun des angles : $(\widehat{2\overrightarrow{AC}; 3\overrightarrow{AB}})$, $(\widehat{-3\overrightarrow{AC}; 2\overrightarrow{AB}})$ et $(\widehat{-5\overrightarrow{AC}; -4\overrightarrow{AB}})$.
3. a. Tracer le cercle trigonométrique $(\mathscr{C})$ de centre D.

   b. Placer les points K, L, G, H, et T du cercle $(\mathscr{C})$ vérifiant : $\text{Mes}(\widehat{\overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DK}}) = -\frac{2\pi}{3}$, $\text{Mes}(\widehat{\overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DL}}) = -\frac{5\pi}{6}$, $\text{Mes}(\widehat{\overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DG}}) = \frac{\pi}{3}$, $\text{Mes}(\widehat{\overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DH}}) = \frac{\pi}{2}$ et $\text{Mes}(\widehat{\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DT}}) = -\frac{4\pi}{7}$.
4. Effectuer les produits scalaires suivants : $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB})$ et $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AE}$.

**Exercice 3.** 45 min

Le plan est muni du repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.
On considère l'application S du plan dans lui-même qui à tout point M de coordonnées $(x, y)$ associe le point M′ dont les coordonnées $(x', y')$ vérifient :

$$\begin{cases} x' &= \frac{1}{5}(3x + 4y - 2) \\ y' &= \frac{1}{5}(4x - 3y + 4) \end{cases}.$$

1. Justifier que les points $A(1, 1)$ et $B(-1, 0)$ sont des points invariants par S.
2. Soit M le point de coordonnées $(x, y)$ n'appartenant pas à la droite (AB) et M′ le point de coordonnées $(x', y')$, image de M par S.

   a. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{MM'}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux.

   b. Démontrer que le milieu H du segment [MM′] appartient à la droite (AB).

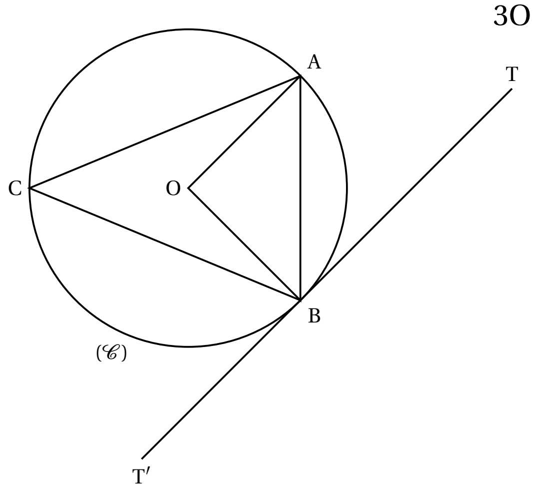
   c. En déduire la nature et les éléments caractéristique de S.
3. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation $S \circ S'$ avec S′ la symétrie orthogonale d'axe $(\mathscr{D}) : x - 2y + 3 = 0$.

## Epreuve de révision 14

**Exercice 1.** 3O min

$(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O et $(TT')$ sa tangente passant par B.
On donne mes$\widehat{AOB} = 54°$.

1. Donner cinq angles inscrits ainsi les arcs qu'ils interceptent.
2. Donner deux exemples de deux angles inscrits de même mesure.
3. Déterminer la mesure de chacun des angles suivantes : $\widehat{ACB}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{CBT}$, $\widehat{ABT}$, $\widehat{ABT'}$, $\widehat{OBT}$ et $\widehat{OBC}$.




**Exercice 2.** 1 h

On considère ABC, un triangle rectangle en A, $f$ une application du plan dans lui-même qui à tout point M du plan associe le point $M'$ telle que : $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{AM'} - 2\overrightarrow{AM}$.

1. Construire les images $A'$, $B'$ et $C'$ des points A, B et C respectivement par $f$.
2. Construire le point invariant I par $f$.
3. Démontrer que $f$ est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport.
4. Construire les images E, F et G des points $A'$, $B'$ et $C'$ respectivement par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
5. Démontrer que $\overrightarrow{EF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
6. On suppose que l'aire du triangle ABC est 120. Déterminer l'aire du triangle EFG.

**Exercice 3.** 45 min

Le plan est muni d'un repère orthonormé.
On considère la droite $(\mathscr{D})$ passant par le point $E(2,1)$ et dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}(-3,1)$ et la droite $(\mathscr{D}')$ de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -7 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite $(\mathscr{D})$.
2. Calculer la distance du point $F(-1,2)$ à la droite $(\mathscr{D})$. Que peut-on en déduire ?
3. Déterminer une équation cartésienne de la droite $(\mathscr{D}')$.
4. Etudier la position relative des droites $(\mathscr{D})$ et $(\mathscr{D}')$.
5. a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite $(\Delta)$ perpendiculaire à la droite $(\mathscr{D}')$ en $G(3,3)$.

   b. Déterminer les coordonnées du point K d'intersection des droites $(\Delta)$ et $(\mathscr{D}')$.

   c. Calculer $d(F,(\Delta))$ et $d(G,(\mathscr{D}'))$.

## Epreuve de révision 15

**Exercice 1.** 30 min

ABCDEF est un hexagone régulier inscrit dans un cercle de centre O.

1. Déterminer l'image de chacun des points A, B, F et O par l'application $t_{\overrightarrow{AB}} \circ t_{\overrightarrow{CD}}$.
2. a. Construire les images $(\mathscr{D}_1)$ et $(\mathscr{D}_2)$ de la droite (BE) par $S_{(AB)}$ et $S_{(ED)}$ respectivement.
   b. Démontrer que les droites $(\mathscr{D}_1)$ et $(\mathscr{D}_2)$ sont parallèles.
   c. Démontrer que la droite $(\mathscr{D}_2)$ est l'image de la droite $(\mathscr{D}_1)$ par $t_{\overrightarrow{BE}}$.
3. On désigne par I, J et K les images respectives des points B, D et F par $S_C$.
   a. Déterminer la principale mesure l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{IK}})$.
   b. Donner la nature du triangle IJK. Justifier votre réponse.

**Exercice 2.** 1h

ABC est un triangle équilatéral de côté 4, A′, B′ et C′ les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB].

1. Calculer $AA'^2 + BB'^2 + CC'^2$ de deux manières différentes.
2. On désigne par D l'image du point B par $S_C$.
   a. Calculer l'aire du triangle ABD.
   b. En utilisant le théorème des sinus, calculer AD et le rayon du cercle circonscrit au triangle ABD.
3. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$. En déduire le calcul de $3\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB})$ et $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC})^2$.
4. Déterminer $\cos(\widehat{\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BD}})$.

**Exercice 3.** 30min

ABCDE est un pentagone régulier inscrit un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O.

1. Déterminer en radian la mesure de chacun des angles suivants : $\widehat{OAB}$, $\widehat{BAE}$, $\widehat{CBD}$ et $\widehat{BDE}$.
2. Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés suivants : $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BA}})$, $(\widehat{\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{AE}})$, $(\widehat{\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{ED}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{BA}})$.
3. On désigne par T le point d'interception des tangentes au cercle $(\mathscr{C})$ aux points B et E.
   a. Citer quatre angles inscrits qui interceptent le même arc $\widehat{AE}$.
   b. Déterminer la mesure des angles inscrits $\widehat{TEO}$ et $\widehat{TBO}$.
   c. Quelle est la mesure en radian l'angle $(\widehat{\overrightarrow{TE}, \overrightarrow{TB}})$ ?

**Epreuve de révision 16**

**Exercice 1.** 20 min

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(\mathrm{O}, \mathrm{I}, \mathrm{J})$.
$(\mathscr{C})$ est le cercle trigonométrique et IABCD est le pentagone régulier inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$.
Répondre par vrai ou faux à chacune des affirmations suivantes.

1. Les points A et C sont les images respectives de $\frac{2\pi}{5}$ et $-\frac{4\pi}{5}$ sur $(\mathscr{C})$.
2. La mesure en radian de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{\mathrm{OI}}, \overrightarrow{\mathrm{OD}}})$ est égale à $-\frac{2\pi}{5}$.
3. Le cosinus et le sinus de la mesure principale $\frac{4\pi}{5}$ sont positifs.
4. Les points A, B, C et D sont les images respectives des points I, A, B et C par la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{5}$.
5. Les images des points I et B par $r_{(\mathrm{O}, \frac{4\pi}{5})}$ étant B et D, on a : $\mathrm{Mes}(\widehat{\overrightarrow{\mathrm{IB}}, \overrightarrow{\mathrm{BD}}}) = \frac{4\pi}{5}$.
6. L'application $\mathrm{S}_{(\mathrm{OA})} \circ \mathrm{S}_{(\mathrm{OD})}$ est la symétrie centrale de centre O.

**Exercice 2.** 30 min

Dans le plan est muni du repère orthonormé direct $(\mathrm{O}, \mathrm{I}, \mathrm{J})$, on considère les points : $\mathrm{A}(-1; 2)$, $\mathrm{B}(-1; 6)$ et $\mathrm{C}(3; 2)$ et on désigne par $(\mathscr{C})$ l'ensemble des points $\mathrm{M}(x, y)$ du plan vérifiant : $2(x+1)^2 + 2y^2 - 8y = 24$ ; et par $(\mathscr{C}')$ l'ensemble des points $\mathrm{M}(x, y)$ vérifiant $\overrightarrow{\mathrm{MA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{MC}} = 0$.

1. a. Donner la nature de $(\mathscr{C})$ et préciser ses éléments caractéristiques.
   b. Démontrer que la droite $(\mathscr{D})$ d'équation cartésienne $3x - 4y + 1 = 0$ coupe $(\mathscr{C})$ en deux points dont on précisera les coordonnées.
   c. Démontrer que le segment [BC] représente un diamètre pour le cercle $(\mathscr{C})$.
2. Soit I le milieu du segment [AC].
   a. Démontrer que $\overrightarrow{\mathrm{MA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{MC}} = \overrightarrow{\mathrm{MI}}^2 - \overrightarrow{\mathrm{IA}}^2$.
   b. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de $(\mathscr{C}')$.
3. Comparer AI et 2. En déduire la position relative des ensembles $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$.

**Exercice 3.** 30 min

On considère le système d'équations suivant : (S) $\begin{cases} ax + 2y = 1 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$, où $a$ est un réel donné.

1. Calculer le déterminant de ce système.
2. Pour quelles valeurs de $a$, le système admet une unique solution.
3. On suppose que $a = -1$.
   Résoudre le système (S) en utilisant les méthodes de comparaison et de déterminant.
4. On suppose que $a = 4$.
   a. Le système (S) admet-il de solution ?
   *On pourra utiliser la méthode de combinaison.*
   b. Déterminer deux solutions du système : (S′) $\begin{cases} ax + 2y = -2 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$.

## Epreuve de révision 17

**Exercice 1.** 45 min

On considère les systèmes suivants.

$(S_1) : \begin{cases} 2x - y = 5 \\ -2x + 2y = 1 \end{cases}$ ,$(S_2) : \begin{cases} x + y = 3 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ , $(S_3) : \begin{cases} 21x - 4y = 3 \\ 12 - 2y = 0 \end{cases}$ ,$(S_4) : \begin{cases} 2mx - 3y = 1 \\ -6x + my = 1 \end{cases}$ $(m \in \mathbb{R})$.

1. Préciser le nombre de solutions des systèmes : $(S_1)$, $(S_2)$ et $(S_3)$.
2. Résoudre chacun des systèmes d'équations suivants : $(S_1)$, $(S_2)$ et $(S_3)$.
3. a. Déterminer, suivant les valeurs $m$, le nombre de solutions du système $(S_4)$.

   b. Dans le cas où $(S_4)$ admet une unique solution, déterminer cette solution.

**Exercice 2.** 45 min

ABC est un triangle équilatéral direct inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$ de centre G, et A′, B′ et C′ les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB].

1. Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB}})$.
2. Préciser les points : $r_{(C, \frac{\pi}{3})}(A)$, $r_{(A, \frac{\pi}{3})}(B)$ et $r_{(B, \frac{\pi}{3})}(C)$.
3. Une homothétie $h$ transforme A en A′, B en B′ et C en C′.

   a. Déterminer les éléments caractéristiques de $h$.

   b. En déduire la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{GA'}, \overrightarrow{GB'}})$.

   c. Etablir une relation entre les aires des triangles ABC et A′B′C′.

   d. Que représente le point G pour le triangle A′B′C′ ?
4. Une rotation $r$ transforme A′ en C′, B′ en A′ et C′ en A′.

   Déterminer les éléments caractéristiques de $r$.
5. On pose : $r' = S_{AA'} \circ S_{CC'}$.

   Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $r'$.
6. Construire l'image du point C par la transformation $h \circ r$.